液晶の方向特性についての一般論

東理大・理工　　池　田　　恵

（２月９日受理）

1. 序

最近の興味ある物質のうちの代表は液晶であろう。これの特異な物性，及びそれを利用しての応用の研究が各方面で流行していることは周知のとおりであるが，その反面，系統的な扱い，統一的理論の建設は仲々に困難で，数多くの物性問題が討議されてはいるものの，すっきりした，全体系にわたる扱いというのは見出し難いのが現状であろう。そして，特に，より巨視的な現象論的取扱いとしての連続体力学的研究の側には，尚更の貧弱さを感ずるのは筆者一人ではなかろうと思う。

そこで，この論文では，我々の従来からの研究の，一つの方法論的試みとして，連続体力学基礎論[1)2)3)]を基準にすることを前提として，液晶物性の連続体力学的考察を述べてみたい。特に，液晶の方向特性についての把握の仕方に重点をおいて述べることにする。

即ち，従来の議論においては，液晶の方向特性が分子軸配向とその位置的変化，[4)5)] あるいは外場（磁場など）による分子軸配向の方向変化[6)]が個別に着目されてきているのに対し，以下では我々は両者を取り入れた立場での方向性の規定について考えていきたい。そして，基準になるのが変形場故，それらの相互作用を全て変形場に写像して扱うことになり，その意味でFrankなどの線型理論が非線型化されてくることに注意してもらいたい。そして，着目する方向特性が，分子軸配向性でなく，よりミクロに，液晶分子の双極子モーメントの方向であっても，我々の方向性規定の原理が使えることを，場合に応じて示していきたい。

要するに，この論文でいわんとするところは，液晶体系の方向特性として，分子軸配向，あるいは双極子モーメントの方向をとった時，それらをひきおこ

すべき変形（位置的変化），あるいは外場の作用という要因を陽にとり出し，それらの相互作用が液晶の全体構造に如何に影響を及ぼすかを一般的，且つ，基礎的に考察することに他ならない。

2. 液晶の方向特性

さて，では，液晶物性を扱うについて，どの様な方向特性が注目されているかをみよう。

まず，液晶というのは，固体（結晶）と液体（等方性流体）との中間状態で，細長い分子が或る方向に配向し，外場――電場，磁場，応力場，温度場，等――の影響を敏感に反映して，種々の相互作用的――光学的，電気的，磁気的，等――特徴を現わすものである。その物性研究に当って注目されるのは，大きくわけて，分子軸の配向と双極子モーメントの方向との二種類の方向特性であるといえる。我々の立場とすれば，方向性物体の一例としての液晶を，各点が二つの方向特性をもつことによって非局所化された体系として把握していくから，取扱い方としては，従来の「方向性物体の力学」[2]に帰着することになる。その詳しい取扱いは順次のべることにして，まず，液晶の通常の取扱い[4)5)6)]における取扱い方と対応させていくことにしよう。

分子軸をベクトル$\mathbf{M}=(M^{\kappa})$で表わし，双極子モーメントを$\mathbf{D}=(D^{\sigma})$で表わす。系(κ)は分子の配向に伴って形成されるベクトル空間を代表し，系(σ)は$\mathbf{F}=(F^{\sigma})$としての電場，磁場，等による物理場を代表するものとする。そうすると，これらの方向特性は一般に外場$\mathbf{F}$と変形場((κ)－field）に依存し，その変化は

$$\left.\begin{aligned} dM^{\kappa} &= C_{\lambda}^{\cdot\,\kappa}\,dx^{\lambda} + C_{\sigma}^{\cdot\,\kappa}\,dF^{\sigma}, \\ dD^{\sigma} &= B_{\lambda}^{\cdot\,\sigma}\,dx^{\lambda} + B_{\rho}^{\cdot\,\sigma}\,dF^{\rho}, \end{aligned}\right\} \qquad (2.1)$$

で規定される。但し，$(C_{\lambda}^{\cdot\,\kappa},\ C_{\sigma}^{\cdot\,\kappa})$，$(B_{\lambda}^{\cdot\,\sigma},\ B_{\rho}^{\cdot\,\sigma})$はそれぞれ$(x^{\kappa}, F^{\sigma})$の函数で，物理的条件として，それぞれの相互作用を与えるものである。

通常の取扱いで着目されている曲率歪（curvature－strain）なるものは，M^{κ}の位置的変化$\kappa_{\mu}^{\cdot\,\kappa}\equiv\dfrac{dM^{\kappa}}{dx^{\mu}}$であり，分子軸の配向の仕方によって，形態

の分類にかかわってくるものである。もう一方の$\mu_{\mu}^{\cdot\sigma} \equiv \frac{dD^{\sigma}}{dx^{\mu}}$の方は通常は着目されていない。（2．1）からいうと，その場合dF^{σ}の効果も又，dx^{μ}の効果にくみこまれてしまうと考えられ，独立変数が（x^{μ}）に帰着してしまい，

$$dF^{\sigma} = \nu_{\mu}^{\sigma}\, dx^{\mu} \qquad (2.2)$$

なる関係が想定される故，一般には

$$\left.\begin{aligned} \kappa_{\mu}^{\cdot\kappa} &= C_{\mu}^{\cdot\kappa} + C_{\sigma}^{\cdot\kappa}\, \nu_{\mu}^{\sigma}, \\ \mu_{\mu}^{\cdot\sigma} &= B_{\mu}^{\cdot\sigma} + B_{\rho}^{\cdot\sigma}\, \nu_{\mu}^{\rho}, \end{aligned}\right\} \qquad (2.3)$$

で与えられることになる。この場合，ν_{μ}^{σ}は系(κ)と系(σ)の方向余弦的意味をもつと同時に，外場の非線型的な相互作用効果を代表することになる。

ここまでみてみると，**M**，**D**の配向について次のことがいえる。

まずnematic相とsmectic相では**D**は（$-$**D**）とかえても相対的なちがいはなく，**M**を（$-$**M**）とかえても，これ又，変化はないが，Cholesteric相では，ラセンの巻き方が問題となり，外場のかけ方と同時に，**D**と**M**とを同時に変えることを考えなければ，相対的同等性がいえなくなる。又，smectic　とcholestericの層の形成の区別は，**M**が層面に垂直なものがS相で，平行なのがCh相である。これらの形態的特徴は，自由エネルギー

$$V = \frac{1}{2} k_{\kappa\cdot\nu}^{\cdot\mu\cdot\lambda}\, \kappa_{\mu}^{\cdot\kappa}\, \kappa_{\lambda}^{\cdot\nu} + \frac{1}{2}\ell_{\sigma\cdot\rho}^{\cdot\mu\cdot\lambda}\, \mu_{\lambda}^{\cdot\sigma}\, \mu_{\lambda}^{\cdot\rho} + m_{\kappa\cdot\sigma}^{\cdot\mu\cdot\lambda}\, \kappa_{\mu}^{\cdot\kappa}\, \mu_{\lambda}^{\cdot\sigma} + k_{\kappa}^{\cdot\mu}\, \kappa_{\mu}^{\cdot\kappa} + \ell_{\sigma}^{\cdot\mu}\, \mu_{\mu}^{\cdot\sigma} \qquad (2.4)$$

の表示の際の，各物質係数によって分類される。[4)5)] ここでは，その議論は行なわないで，力学的側面の強調につとめたい。

さて，再び幾何学的特徴にもどることにすると，方向特性（**M**，**D**）への(**X**，**F**）からの影響というものは，明らかに接続関係によってとらえられ，それは

$$\left.\begin{aligned} \delta M^{\kappa} &= dM^{\kappa} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\kappa}\, M^{\lambda}\, dx^{\mu} + \Gamma_{\sigma\lambda}^{\kappa} M^{\lambda}\, dF^{\sigma}, \\ \delta D^{\sigma} &= dD^{\sigma} + \Gamma_{\mu\rho}^{\sigma}\, D^{\rho}\, dx^{\mu} + \Gamma_{\tau\rho}^{\sigma}\, D^{\rho}\, dF^{\tau}, \end{aligned}\right\} \qquad (2.5)$$

で与えられる。但し，各接続係数は，（2．1）の **B**, **C** に対する幾何学量であり，（2．2）を仮定すれば，（2．5）は

$$\left.\begin{aligned} \delta M^{\kappa} &= dM^{\kappa} + \overset{*}{\Gamma}{}^{\kappa}_{\mu\lambda} M^{\lambda} dx^{\mu} \ ; \quad \overset{*}{\Gamma}{}^{\kappa}_{\mu\lambda} \equiv \Gamma^{\kappa}_{\mu\lambda} + \Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda}\, \nu^{\sigma}_{\mu} \,, \\ \delta D^{\sigma} &= dD^{\sigma} + \overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\mu\rho} D^{\rho} dx^{\mu} \ ; \quad \overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\mu\rho} = \Gamma^{\sigma}_{\mu\rho} + \Gamma^{\sigma}_{\tau\rho}\, \nu^{\tau}_{\mu} \,, \end{aligned}\right\} \qquad (2.6)$$

に帰着し，$\overset{*}{\Gamma}{}^{\kappa}_{\mu\lambda}$，$\overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\mu\rho}$ が全体系の接続係数を代表し，位置的変化として表面に現われる量となる。

通常の物性研究においては，ところが（**M**，**D**）の位置的変化というよりも，むしろ外場の効果を実験的にとらえることが行なわれている故，それらの立場に帰着させるためには，ここでは簡単のために，（2．1）を

$$\left.\begin{aligned} dM^{\kappa} &= C^{\cdot\kappa}_{\sigma}\ dF^{\sigma}, \\ dD^{\sigma} &= B^{\cdot\sigma}_{\rho}\ dF^{\rho}, \quad (\text{この時}\quad dM^{\kappa} = \lambda^{\kappa}_{\sigma} dD^{\sigma}) \end{aligned}\right\} \qquad (2.7)$$

とおくことにすれば，（2．5）から

$$\left.\begin{aligned} \delta M^{\kappa} &= dM^{\kappa} + \Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda}\ M^{\lambda} dF^{\sigma} \,, \\ \delta D^{\sigma} &= dD^{\sigma} + \Gamma^{\sigma}_{\tau\rho}\ D^{\rho} dF^{\tau} \,, \end{aligned}\right\} \qquad (2.8)$$

に帰着し，曲率歪は

$$\kappa^{\cdot\kappa}_{\mu} = C^{\cdot\kappa}_{\sigma}\ \nu^{\sigma}_{\mu} \,, \qquad \mu^{\cdot\sigma}_{\mu} = B^{\cdot\sigma}_{\rho}\ \nu^{\rho}_{\mu} \qquad (2.9)$$

となって，外場の位置的変化からの寄与にまとめられる。

dF^{σ} によって分子の配列が変わることは，dM^{κ} への寄与（$C^{\cdot\kappa}_{\sigma}$）としてとらえられ，それは位置的変化 $\kappa^{\cdot\kappa}_{\mu}$ にも現われてくるから，全体系の配列の乱れをひきおこすことになり，D.S.M. にも関係してくる。[7)8)] 又，N_n 相（**M** ⊥ **D** の N 相）においてみられる様に，dF^{σ} によって dD^{σ} の変化（$B^{\cdot\sigma}_{\rho}$）を来たし，それが，ひいては dM^{κ} に反映するという，**F** ⟶ **D** ⟶ **M** の系列によって，最終的には分子配列が乱れるということになる。又，Ch 相におけるごとく，（2．1）において，dF^{σ} から dM^{κ} がひきおこされ，それは，ひるがえって dx^{λ} にも変化を及ぼすと考えれば，dF^{σ} によ

るピッチの変化を意味することになるから，Ch 相の種々の特徴を説明することにもなる。それらの状態において常に支配的なのは，変形としては回転，あるいはねじりであるが，それは，我々の言葉でいえば，捩率の出現としてとらえられ，$\overset{*}{\Gamma}{}^{\kappa}_{[\mu\lambda]}$ あるいは $\Gamma^{\kappa}_{[\sigma\lambda]}$，$\Gamma^{\sigma}_{[\tau\rho]}$ などで代表されることになる。

ところで，(**M**，**D**)について，各点（各分子）ごとに，その方向の関係をみてみると，各点での容易方向に向いているという意味で平行といえるであろうから，$\delta M^{\kappa}=0$，$\delta D^{\sigma}=0$ が成立っているといえる。その時は，

$$\left.\begin{aligned}\delta M^{\kappa} &= dM^{\kappa}+\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}M^{\lambda}dF^{\sigma}=0,\\ \delta D^{\sigma} &= dD^{\sigma}+\Gamma^{\sigma}_{\tau\rho}D^{\rho}dF^{\tau}=0\end{aligned}\right\}\qquad(2\ .10)$$

が成立つ故，

$$\left.\begin{aligned}\kappa_{\mu}^{\cdot\kappa} &= -\Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda}\ M^{\lambda}\nu^{\sigma}_{\mu}\\ \mu_{\mu}^{\cdot\sigma} &= -\Gamma^{\sigma}_{\tau\rho}\ D^{\rho}\nu^{\tau}_{\mu}\end{aligned}\right\}\qquad(2\ .11)$$

とおけ，従って，

$$\left.\begin{aligned}C_{\sigma}^{\cdot\kappa} &= -\Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda}M^{\lambda},\\ B_{\rho}^{\cdot\sigma} &= -\Gamma^{\sigma}_{\rho\tau}D^{\tau}\end{aligned}\right\}\qquad(2\ .12)$$

なる幾何学的対応が得られる。一方，通常の変換則において，各（**M**，**D**）が平行であることは，各接続係数が

$$\left.\begin{aligned}\Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda} &= C_{\rho}^{\cdot\kappa}\partial_{\sigma}C^{\rho}_{\cdot\lambda} & & C^{\rho}_{\cdot\lambda},\ B^{\phi}_{\cdot\rho}\text{ は，それぞれ}\\ \Gamma^{\sigma}_{\tau\rho} &= B_{\phi}^{\cdot\sigma}\partial_{\tau}B^{\phi}_{\cdot\rho} & & C_{\rho}^{\cdot\kappa},\ B_{\phi}^{\cdot\sigma}\text{ の逆行列}\end{aligned}\right\}\qquad(2\ .13)$$

で与えられることを意味し（遠隔平行性に他ならない），**B**，**C** は（2 .7）の如く， 相互作用係数 $\boldsymbol{\lambda}$ を介することが考えられるから，独立変数としては（**C**，$\boldsymbol{\lambda}$）に帰着させられる。即ち，

$$\left.\begin{aligned}\Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda} &= C_{\rho}^{\cdot\kappa}\ \partial_{\sigma}C^{\rho}_{\cdot\lambda}\ ,\\ \Gamma^{\sigma}_{\tau\rho} &= \lambda^{\sigma}_{\lambda}\lambda^{\kappa}_{\rho}\Gamma^{\lambda}_{\tau\kappa} + \lambda^{\sigma}_{\kappa}\partial_{\tau}\lambda^{\kappa}_{\rho}\quad .\end{aligned}\right\}\qquad (2\ .\ 14)$$

もちろん，（C，λ）に着目することは，$\kappa_{\mu}^{\cdot\kappa}$ に基づく場への帰着を想定した上でのことである。この段階での振率を考えてみると，$\Gamma^{\kappa}_{[\sigma\lambda]} = C_{\rho}^{\cdot\kappa}\partial_{[\sigma}C^{\rho}_{\cdot\lambda]}$ は，いわゆる相互作用（F→M）の非不逆性，即ち"ねじり"そのものを与え，$\Gamma^{\sigma}_{[\tau\rho]} = \lambda^{\sigma}_{\lambda}\lambda^{\kappa}_{[\rho}\Gamma^{\lambda}_{\tau]\kappa} + \lambda^{\sigma}_{\kappa}\partial_{[\tau}\lambda^{\kappa}_{\rho]}$ は，$\Gamma^{\kappa}_{[\sigma\lambda]}$ を含むと同時に，λからの寄与，即ち，誘電率，等の純物理的効果の非線型性を表わすものといえる。

ついでに計量について考えてみると，外場の大きさとして（$g_{\sigma\rho}dF^{\sigma}dF^{\rho}$）が与えられている時は，$dF^{\sigma} = C^{\sigma}_{\cdot\lambda}dM^{\lambda}$ によって $a_{\lambda\kappa} \equiv g_{\sigma\rho}C^{\sigma}_{\cdot\lambda}C^{\rho}_{\cdot\kappa}$ なる，Mの大きさを与える通常の意味の計量が導入され，又，$dF^{\rho} = B^{\rho}_{\cdot\sigma}dD^{\sigma}$ によって，Dの大きさを与える，物理係数を与える計量 $b_{\sigma\rho} \equiv g_{\phi\psi}B^{\phi}_{\cdot\sigma}B^{\psi}_{\cdot\rho}$ が導入され，両者は $a_{\lambda\kappa} = \lambda^{\sigma}_{\lambda}\lambda^{\rho}_{\kappa}b_{\sigma\rho}$ で結びつけられている。計量条件を考えるまでもなく，既に遠隔平行性の条件より，（2 .13）の如く，接続と計量が結びつけられる。

かくして，Mに着目する限り，体系としての特徴は（$a_{\sigma\lambda}$，$\Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda}$，$\Gamma^{\sigma}_{\tau\rho}$）によって把握できることとなり，独立変数としては（C，λ）をとればよいことになる。CはF→Mへの効果を表わすから，これに抗するものは，その作用力を与え，λに抗するものは，D→Mへの作用力を与える。

一般論としての筋書きは，大体，以上の通りであるが，種々の個別物性への詳細については稿を改めることにして，以下では，代表的なものとしてのNn相のD.S.M.と，Ch.相の相転移，温度効果について言及しておきたい。

3. Nn相のDynamic Scattering Modeについて

分子軸Mと双極子モーメントDが直交に近い場合のN相，即ちNn相においては，電界の印加によって反射率，透過率，等が変化し，表示装置としての応用が注目されているところであるが，それを説明するための機構として考えられているのがD.S.M.である。[7)8)] その詳細は参考文献を見てもらうことにして，ここでは，その現象への我々の立場からの洞察をのべる。

(i) まず，Nn相の分子はM⊥Dに近いわけだが，電界をかけると，DはEの

方向に向くために分子が配向する。この状態は，$\mathbf{F} \xrightarrow{(\Gamma^{\sigma}_{\tau\rho})} \mathbf{D} \xrightarrow{(\Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda})} \mathbf{M}$ への効果であり，$dD^{\sigma}=B^{\cdot\sigma}_{\rho}\,dF^{\rho}$ が方向回転に伴う誘電率を表わし，これによってMが，$dM^{\kappa}=\lambda^{\kappa}_{\sigma}\,dD^{\sigma}=C^{\cdot\kappa}_{\rho}\,dF^{\rho}$ の如くに回転をうけることになり，D，従ってMは互いに平行になる。故に，（2．10）の如く，$\delta D=0$，$\delta M=0$ となっている。位置的変化もあるにはあるが，この段階では，専っぱら方向の回転が注目される故，形式としては（2．7），（2．8），（2．10）が成立っていることとなる。

(ii) 次に，電場を強くしていくと，分子自体の解離と，Schottky 効果などによる陰イオンの発生が活発となり，イオン電流が流れることになるから，それにつれて，分子がイオンの流れる方向，（－F）方向に，ずり変形によって回転させられる。その時の状態は，$\mathbf{M}' \xrightarrow{(\Gamma'^{*\sigma}_{\mu\rho})} \mathbf{D}'$ という経過をたどる故，$dM'^{\kappa}=C'^{\cdot\kappa}_{\lambda}\,dx^{\lambda}$ によりMがM′に回転し，それに伴ってDが $dD'^{\sigma}=\lambda'^{\sigma}_{\kappa}\,dM'^{\kappa}=B'^{\cdot\sigma}_{\lambda}dx^{\lambda}$ なる作用をうけ，$D\rightarrow D'$ への回転がひきおこされる。従って，その場合には，あくまで dx^{λ} が基準となり，今度は（2．6）の形式が支配していることになる。つまり，dF^{σ} は存在していても表面に出てくるのは，dx^{λ} からの寄与である。(i)の時の回転捩率は $\Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda}$，$\Gamma^{\sigma}_{\tau\rho}$ によるものであるが，(ii)の時のそれは $\Gamma^{*\kappa}_{\mu\lambda}$，$\Gamma^{*\sigma}_{\mu\rho}$ によるものである。

(iii) 更に dF^{σ} を強くしていくと，ついに，イオン電流が大きくなり，各所で，まわりの分子配向とは異なる配向をもつ領域が出現してき，いわば乱流状態になるので，各所で散乱されて，透過率，反射率の異常性を来たすことになる。この状態では，もはや方向特性を云々することはできず，(ii)の段階が進行して各分子の配向が全く乱雑になることしかいえない。方向特性の規定条件は，この状態では成立たなくなる。

この様にして，各段階毎の状態変化に対応した規定条件を考えていけば，一般論からの帰結として，D.S.M.の各状態が考察され得る。D.S.M. に限らず，外場の作用による，物質係数の異方性が良く注目されているところであるが，それとても，分子の方向特性から論ずることが可能である。[6)7)8)]

4. Ch. 相のN相への転移と温度効果

次に，良く引きあいに出されるCh.相のN相への転移と，Ch.相の温度効果を考えてみよう。[7)8)] これらは，どちらもCh.相のピッチの変化に依存しており，外場の作用によるピッチの変化をとりださねばならぬ。その時は，$\mathbf{F}\rightarrow\mathbf{D}\rightarrow\mathbf{M}$，即ち，外場$\mathbf{F}$により，双極子モーメント$\mathbf{D}$の回転が起り，それが変位を来たす。$\mathbf{M}$の変化は，逆に$d\mathbf{x}$に寄与し，それがピッチの変化とみなされる。即ち，$dD^{\sigma}=B_{\rho}^{\cdot\sigma}dF^{\rho}$で第一段階の$\mathbf{D}$の回転が表わされるとすると，$dM^{\kappa}=C_{\lambda}^{\cdot\kappa}dx^{\lambda}+\lambda_{\rho}^{\kappa}dD^{\rho}$ 故に，$d\mathbf{D}$により$d\mathbf{M}$の変化が認められる。これより，ひるがえって$d\mathbf{x}$が求められるという筋書きになる。この他に，$\mathbf{F}\rightarrow\mathbf{M}\rightarrow\mathbf{D}$の説明も可能になる。即ち，$\mathbf{F}$の作用により分子軸が配向し，回転する。つまり$dM^{\kappa}=C_{\sigma}^{\cdot\kappa}dF^{\sigma}$. これによって$\mathbf{D}$が回転をうける。$dD^{\sigma}=B_{\rho}^{\cdot\sigma}dF^{\rho}+B_{\mu}^{\cdot\sigma}dx^{\mu}=\lambda_{\mu}^{\sigma}dM^{\mu}+B_{\mu}^{\cdot\sigma}dx^{\mu}$ 故に，それにみあうだけの$d\mathbf{x}$を来たし，ピッチが変化する。ピッチそのものは，独立変数にするには，余りにも外場の影響をうけやすいので不適当であろう。相転移は，ピッチの変化$d\mathbf{x}$が，ある臨界外場で∞になることをもって判定される。状態としては，Ch.相の$\mathbf{M}$が，N相になったとたん，平行に配列する。その変換は$\mathbf{M}$のみに着目していて良いかどうか，未だ実験的にも過程が把握されていない様なので，我々の予測を幾何学的にのべる以外にないだろう。

まず，Ch.相では$dM^{\kappa}=C_{\lambda}^{\cdot\kappa}dx^{\lambda}$の初期状態から出発して，$\mathbf{F}$が作用することにより，ピッチの変化を来たすことが，$dM^{\kappa'}=C_{\lambda'}^{\cdot\kappa'}dx^{\lambda'}+C_{\sigma'}^{\cdot\kappa'}dF^{\sigma'}\equiv\widetilde{C}_{\lambda'}^{\cdot\kappa'}dx^{\lambda'}$でとらえられる。この変換は，$\mathbf{F}$の印加のみによると考える。次に，この状態で，$dF^{\sigma'}$が大きくなっていくと，ついに$\mathbf{M}'$が各点で平行になる状態に移行するから，その変換は$\delta M^{\kappa''}=dM^{\kappa''}=0$，即ち$\Gamma_{\mu''\lambda''}^{\kappa''}=0$，$\Gamma_{\sigma''\lambda''}^{\kappa''}=0$によって規定される。この二段階の変換操作を考えていけば，臨界現象としては$dM^{\kappa'}$から$dM^{\kappa''}=0$への変換としてとらえられ，その変換自体の分析が転移過程として，$\mathbf{F}$への依存性を示すことになる。即ち，各変換過程を

$(\kappa)\xrightarrow{X_{\kappa}^{\kappa'}}(\kappa')\xrightarrow{Y_{\kappa'}^{\kappa''}}(\kappa'')$ とおくと，

$\mathbf{F}$による回転変形；
（ピッチの変化）

$$\begin{cases}\widetilde{C}_{\lambda'}^{\cdot\kappa'}=X_{\kappa}^{\kappa'}X_{\lambda'}^{\lambda}C_{\lambda}^{\cdot\kappa}\equiv C_{\lambda'}^{\cdot\kappa'}+C_{\sigma'}^{\cdot\kappa'}\nu_{\lambda'}^{\sigma'}\ , \\ \Gamma_{\mu'\lambda'}^{\kappa'}=X_{\kappa}^{\kappa'}\dfrac{dX_{\lambda'}^{\kappa}}{dx^{\mu'}}\ , \\ \Gamma_{\sigma'\lambda'}^{\kappa'}=X_{\kappa}^{\kappa'}\dfrac{dX_{\lambda'}^{\kappa}}{dx^{\sigma'}}\ , \end{cases}$$

転移に相当する変換；
$$\begin{cases} \Gamma^{\kappa''}_{\mu''\lambda''} = Y^{\kappa''}_{\kappa'} Y^{\mu'}_{\mu''} Y^{\lambda'}_{\lambda''} \Gamma^{\kappa'}_{\mu'\lambda'} + Y^{\kappa''}_{\kappa'} \dfrac{dY^{\kappa'}_{\lambda''}}{dx^{\mu''}} = 0 \\ \Gamma^{\kappa''}_{\sigma''\lambda''} = Y^{\kappa''}_{\kappa'} Y^{\sigma'}_{\sigma''} Y^{\lambda'}_{\lambda''} \Gamma^{\kappa'}_{\sigma'\lambda'} + Y^{\kappa''}_{\kappa'} \dfrac{dY^{\kappa'}_{\lambda''}}{dx^{\sigma''}} = 0 \end{cases}$$

とおける。

いずれにせよ，Ch.相→N相への転移で注目されるのは，Ch.相のピッチの変化であり，それは，我々では dx^{κ} に相当してくる。従って dx^{κ} を特徴的に取り出すことを考えると，

$$dM^{\kappa} = C_{\lambda}^{\cdot\kappa} dx^{\lambda} + C_{\sigma}^{\cdot\kappa} dF^{\sigma} \tag{4.1}$$

から，（2．2）の形式

$$dx^{\lambda} \equiv \nu^{\lambda}_{\sigma} dF^{\sigma} \tag{4.2}$$

に持って来たい。（4．1）より

$$dx^{\lambda} = C^{\lambda}_{\cdot\kappa} \left(dM^{\kappa} - C_{\sigma}^{\cdot\kappa} dF^{\sigma} \right) \quad (C^{\lambda}_{\cdot\kappa} \text{は} C_{\lambda}^{\cdot\kappa} \text{の逆行列}) \tag{4.3}$$

が得られ，これを

$$dx^{\lambda} = C^{\lambda}_{\cdot\kappa} \left(\frac{dM^{\kappa}}{dF^{\sigma}} - C_{\sigma}^{\cdot\kappa} \right) dF^{\sigma} \tag{4.4}$$

とかけば，

$$\nu^{\lambda}_{\sigma} \equiv C^{\lambda}_{\cdot\kappa} \left(\frac{dM^{\kappa}}{dF^{\sigma}} - C_{\sigma}^{\cdot\kappa} \right) \tag{4.5}$$

と求められる。元々は，FによるMの配列の変化がとらえられるべきものだから，それを（4．1）から

$$dM^{\kappa} = \left(C_{\lambda}^{\cdot\kappa} \nu^{\lambda}_{\sigma} + C_{\sigma}^{\cdot\kappa} \right) dF^{\sigma} \equiv \widetilde{C}_{\sigma}^{\cdot\kappa} dF^{\sigma} \tag{4.6}$$

とかくと，（4．4）より

$$\nu^{\lambda}_{\sigma} = C^{\lambda}_{\cdot\kappa} \left(\widetilde{C}_{\sigma}^{\cdot\kappa} - C_{\sigma}^{\cdot\kappa} \right) \tag{4.7}$$

なる関係が得られる。実験的にν^{λ}_{σ}が求められるならば，$\tilde{C}^{\lambda}_{\cdot\kappa}$を介して$C^{\lambda}_{\cdot\kappa}$ $C^{\cdot\kappa}_{\sigma}$を求めることができるであろう。

これらの諸関係は，すべて（x^{κ}，F^{σ}）の独立変数とする立場からの縮退を意味し，$\overset{*}{\Gamma}{}^{\kappa}_{\mu\lambda}=\Gamma^{\kappa}_{\mu\lambda}+\Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda}\nu^{\sigma}_{\mu}$，$\overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\mu\rho}=\Gamma^{\sigma}_{\mu\rho}+\Gamma^{\sigma}_{\tau\rho}\nu^{\tau}_{\mu}$を用いる立場から $\overset{*}{\Gamma}{}^{\kappa}_{\sigma\lambda}=\Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda}+\Gamma^{\kappa}_{\mu\lambda}\nu^{\mu}_{\sigma}$，$\overset{*}{\Gamma}{}^{\rho}_{\sigma\tau}=\Gamma^{\rho}_{\sigma\tau}+\Gamma^{\rho}_{\mu\tau}\nu^{\mu}_{\sigma}$を用いる立場へ移行し，（$dx^{\kappa}$）ではなく（$dF^{\sigma}$)を主体的に考えねばならなくなる。即ち，幾何学的構造としては

$$\left.\begin{aligned}\delta M^{\kappa}&=dM^{\kappa}+\overset{*}{\Gamma}{}^{\kappa}_{\sigma\lambda}M^{\lambda}\,dF^{\sigma},\\ \delta D^{\sigma}&=dD^{\sigma}+\overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\tau\rho}\,D^{\rho}\,dF^{\tau}\end{aligned}\right\}\qquad(4\ .\ 8)$$

に帰着することになる。Ch.相の段階では，dM^{κ}はdF^{σ}に比例して回転しているはず故，（4．6）の形が成立っているが，Ch.相→N相への転移状態では，dM^{κ}は，各点のMが平行に配列する故，ユークリット的に$\overset{*}{\Gamma}{}^{\kappa}_{\sigma\lambda}=0$，$\overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\tau\rho}=0$ になっている。しかも，今の場合，

$$\left.\begin{aligned}\Gamma^{\kappa}_{\sigma\lambda}&=C^{\cdot\kappa}_{\nu}\,\partial_{\sigma}C^{\nu}_{\cdot\lambda}+C^{\cdot\kappa}_{\rho}\,\partial_{\sigma}C^{\rho}_{\cdot\lambda},\\ \Gamma^{\kappa}_{\mu\lambda}&=C^{\cdot\kappa}_{\nu}\,\partial_{\mu}C^{\nu}_{\cdot\lambda}+C^{\cdot\kappa}_{\sigma}\,\partial_{\mu}C^{\sigma}_{\cdot\lambda},\\ \Gamma^{\sigma}_{\tau\rho}&=B^{\cdot\sigma}_{\nu}\,\partial_{\tau}B^{\nu}_{\cdot\rho}+B^{\cdot\sigma}_{\phi}\,\partial_{\tau}B^{\phi}_{\cdot\rho},\\ \Gamma^{\sigma}_{\mu\rho}&=B^{\cdot\sigma}_{\nu}\,\partial_{\mu}B^{\nu}_{\cdot\rho}+B^{\cdot\sigma}_{\phi}\,\partial_{\mu}B^{\phi}_{\cdot\rho}\end{aligned}\right)\qquad(4\ .\ 9)$$

で与えられるから，[1)2)]（4．6）（4．7）の量を決定するには特殊化が必要である。独立変数としては，結局Fが注目されるから，（4．9）から

$$\left.\begin{aligned}\overset{*}{\Gamma}{}^{\kappa}_{\sigma\lambda}&=C^{\cdot\kappa}_{\nu}\,\overset{*}{\partial}_{\sigma}C^{\nu}_{\cdot\lambda}+C^{\cdot\kappa}_{\rho}\,\overset{*}{\partial}_{\sigma}C^{\rho}_{\cdot\lambda},\\ \overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{\tau\rho}&=B^{\cdot\sigma}_{\phi}\,\overset{*}{\partial}_{\tau}B^{\phi}_{\cdot\rho}+B^{\cdot\sigma}_{\nu}\,\overset{*}{\partial}_{\tau}B^{\nu}_{\cdot\rho},\qquad \overset{*}{\partial}_{\sigma}=\partial_{\sigma}+\nu^{\mu}_{\sigma}\partial_{\mu}\end{aligned}\right\}\qquad(4\ .\ 10)$$

とかけるが，実質的には縮退係数ν^{μ}_{σ}が重要な役割を果すことになる。通常の取扱いでは，これは余り着目されず，単に係数として扱われるのみだが，独立変数間の関係がこれによって規定されることにより，諸テンソル量の間に種々

の関係が求められることになるから，ν^{μ}_{σ}は，純然たる相互作用係数の役割を果すことになる。これをF^{σ}によって展開する手法から，N相での平行配列状態でのν^{μ}_{σ}を求めることができれば，転移過程はν^{μ}_{σ}の問題となる。(前述の変換則$X^{\kappa'}_{\kappa}$，$Y^{\kappa''}_{\kappa'}$の作用下でのν^{μ}_{σ}を考えるべきである)

次に，Ch.相の温度効果について考えてみよう。この問題は温度Tの変化に対応するピッチの変化によって，透過光，反射光の波長の変化を来たす故に，色相変化としてとらえられているものである。[7)8)] 従って，形式的には（4．1）～（4．8）までは全く同等で，F^{σ}のかわりにTを用いればよいだけのことになる。即ち，

$$\left.\begin{aligned} dM^{\kappa} &= C_{\lambda}^{\cdot\kappa}\, dx^{\lambda} + C_{0}^{\cdot\kappa}\, dT\,, \\ dD^{\sigma} &= B_{\lambda}^{\cdot\sigma}\, dx^{\lambda} + B_{0}^{\cdot\sigma}\, dT\,, \end{aligned}\right\} \qquad (4.11)$$

この時，最終的には

$$dx^{\lambda} = \nu^{\lambda}_{0}\, dT \qquad (4.12)$$

α形に持っていきたい。（4．11）より

$$dx^{\lambda} = C^{\lambda}_{\cdot\kappa}\,(dM^{\kappa} - C_{0}^{\cdot\kappa}\, dT) \equiv \nu^{\lambda}_{0}\, dT \qquad (4.13)$$

とおける。今

$$dM^{\kappa} \equiv \widetilde{C}_{0}^{\cdot\kappa}\, dT \qquad (4.14)$$

とおくと，（4．13）は

$$\nu^{\lambda}_{0} = C^{\lambda}_{\cdot\kappa}\,(\widetilde{C}_{0}^{\cdot\kappa} - C_{0}^{\cdot\kappa}) \qquad (4.15)$$

に帰着する。元々の接続関係が

$$\left.\begin{aligned} \delta M^{\kappa} &= dM^{\kappa} + \Gamma^{\kappa}_{\mu\lambda} M^{\lambda}\, dx^{\mu} + \Gamma^{\kappa}_{0\lambda} M^{\lambda}\, dT\,, \\ \delta D^{\sigma} &= dD^{\sigma} + \Gamma^{\sigma}_{\mu\rho} D^{\rho}\, dx^{\mu} + \Gamma^{\sigma}_{0\rho} D^{\rho}\, dT \end{aligned}\right\} \qquad (4.16)$$

で与えられているものとすると，（4．13）により，接続係数は

$$\left.\begin{aligned}\overset{*}{\Gamma}{}^{\kappa}_{o\lambda} &\equiv \Gamma^{\kappa}_{o\lambda} + \Gamma^{\kappa}_{\mu\lambda}\,\nu^{\mu}_{o}\,, \\ \overset{*}{\Gamma}{}^{\sigma}_{o\rho} &\equiv \Gamma^{\sigma}_{o\rho} + \Gamma^{\sigma}_{\mu\rho}\,\nu^{\mu}_{o}\end{aligned}\right\} \quad (4.17)$$

にまとめられるから，温度を主体とした構造が把握できることになる。ここでも，当然，相互作用係数 ν^{μ}_{0} が重要である。

Fとか，Tとかの効果は，連続体力学的には捩りモーメントの出現によって代表され，Ch.相への捩りの印加により，N相へ転移する現象，及びピッチの変化による色相変化などが考えられ，（4．18），（4．8）の各接続係数がその効果を代表する相互作用係数ということになる。

5. 結　び

以上のべた如く，連続体力学的考察によると，方向特性（**M**，**D**)の独立変数（**x**，**F**)による変化の割合というものが注目されてき，分子の配列によって諸形態が分類されることになる。構造論的に興味があるのは，分子配向の外場による変化は，本質的には回転変形（捩り）であり，その意味で捩率の出現が支配的なことである。いずれにせよ，分子配列が，上述の様な方向特性に関する連続体力学的考察によって把握されることは注目されて良いと思う。又，より詳細な個別物性問題については，各モデルの縮退やら一般化やらを考えていかざるを得ず，それは場合に応ずるとしかいえない。3，4節でのべたところも，そのための一例といえないこともない。

6. 参考文献

1）S. Ikeda, Scientific Papers of the RIPAM, 1−1 (1970), 4.
2）S. Ikeda, Ibid., 1−2 (1971), (to be published)
3）池田　恵，物性研究，15−4 (1971), 217.
4）F. C, Frank, Disc. Faraday Soc., 25 (1958), 19.
5）C. W. Oseen, Trans. Faraday Soc., 29 (1933), 883.
6）H. Zocher, Ibid., 29 (1933), 945.

7）古畑芳男，鳥山和久，野村貞夫，　固体物理，4（1969），242，303.
8）小林駿介，　液晶．日刊工業新聞社，1970.